

問題 1

図 1 に示すように、透磁率 μ_0 の真空中に、半径 A の 1 回巻きの円形コイルがあり、コイルの中心は xyz 空間の原点 O にあり、コイルの軸は y 方向を向いている。コイルには、電流 I_0 が流れている。

- (1) 位置 $(A, 0, 0)$ に微小な長さ ds のコイル要素をとる。このコイル要素によって点 $P(0, y_0, 0)$ につくられる微小な磁界 $d\mathbf{H} = (dH_x, dH_y, dH_z)$ を求めよ。
- (2) コイル全体によって点 P につくられる磁界の y 成分を求めよ。

図 2 に示すように、透磁率 μ_0 の真空中に、半径 A 、長さ L 、巻数 $N(N \gg 1)$ のソレノイドコイルがあり、コイルの中心は xyz 空間の原点 O にあり、コイルの軸は y 方向を向いている。コイルには電流 I_1 が流れている。

- (3) 位置 $(0, y_0, 0)$ における磁界の y 成分を求めよ。
- (4) 位置 $(0, y_0, 0)$ に、透磁率 μ 、体積 v の磁性体を置いた。磁性体はソレノイドコイルに比べて十分に小さいものとする。磁性体に生じる磁気モーメントの y 成分を求めよ。

図 3 に示すように、図 2 のソレノイドコイルの内部に半径 C の 1 回巻きの円形コイルがあり、円形コイルの中心も原点 O にある。円形コイルは z 軸のまわりに一定の角速度 ω で図示された向きに回転しており、時刻 t における回転角を $\theta = \omega t$ と表す。時刻 $t = 0$ において、円形コイルの法線ベクトルは $+y$ 方向を向くものとする。以下では、ソレノイドコイルが原点 O につく磁界の y 成分を H_0 とおいて解答してよい。円形コイルはソレノイドコイルに比べて十分に小さく、ソレノイドコイルが生じる磁界は、円形コイルの内部で一様であるとみなしてよい。

- (5) 円形コイルの回転角が θ_0 のとき、ソレノイドコイルと円形コイルの相互インダクタンスを求めよ。

以下では、円形コイルに関するインダクタンスは無視できるものとする。円形コイルの抵抗は R である。

- (6) 円形コイルに流れる電流の大きさを、 t の関数として求めよ。
- (7) 円形コイルが一回転する間に、円形コイルにおいて発生するジュール熱を求めよ。

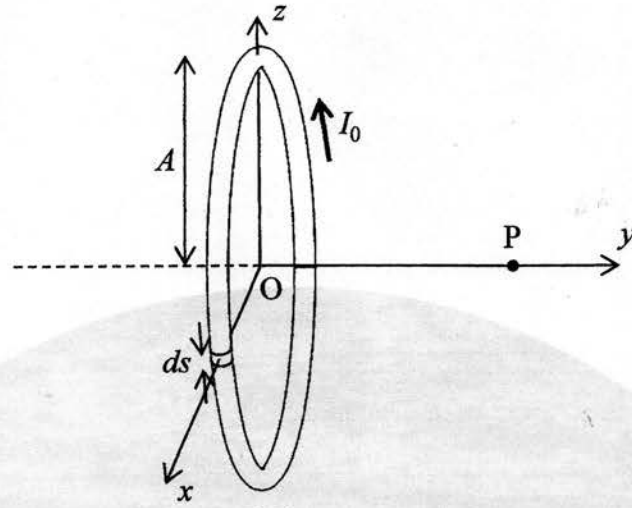


图 1

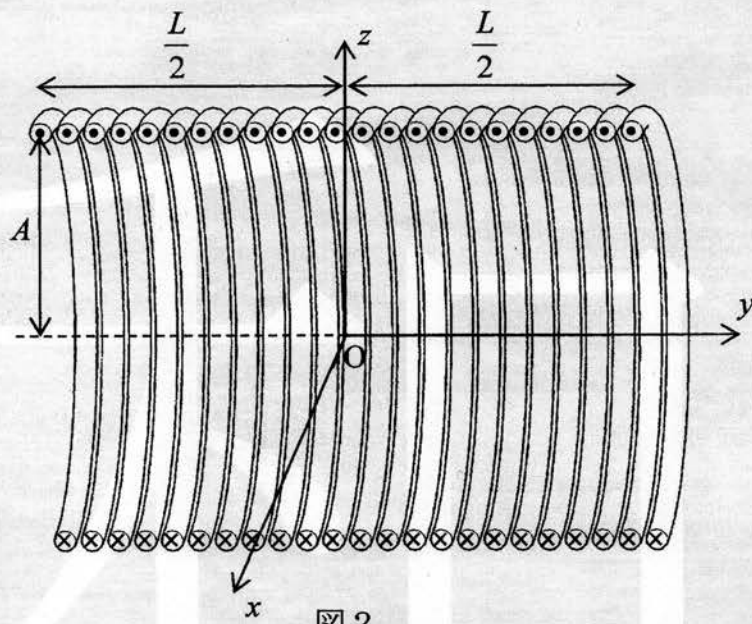


图 2

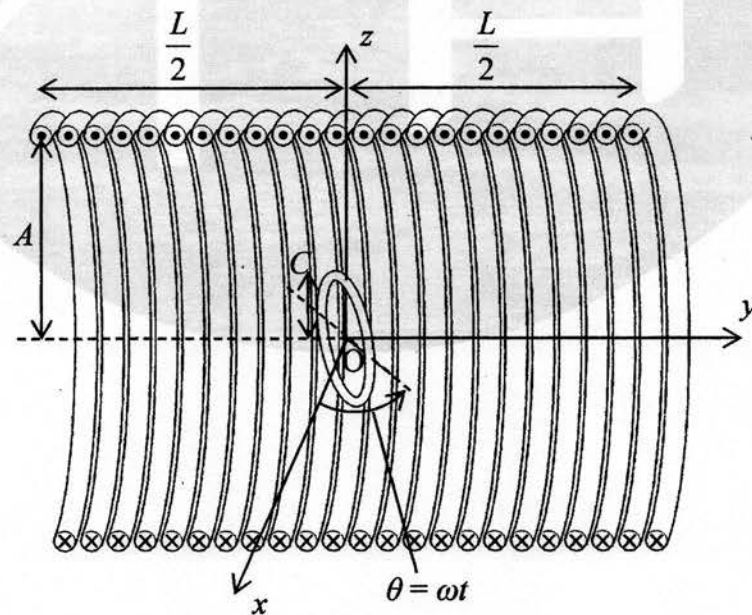


图 3

Problem 1

As shown in Fig. 1, there is a single-turn circular coil of radius A , in a vacuum of magnetic permeability μ_0 . Its center is at the origin O of the xyz -space. The axis of the coil is in the y direction. A current I_0 flows in the coil.

- (1) Consider an infinitesimal coil element of length ds at $(A, 0, 0)$. Find the infinitesimal magnetic field $d\mathbf{H} = (dH_x, dH_y, dH_z)$ generated by this coil element at a point $P(0, y_0, 0)$.
- (2) Find the y component of the magnetic field generated by the entire coil at the point P .

As shown in Fig. 2, there is a solenoid coil of radius A , length L , and winding number N ($N \gg 1$), in a vacuum of magnetic permeability μ_0 . Its center is at the origin O of the xyz -space. The axis of the coil is in the y direction. A current I_1 flows in the coil.

- (3) Find the y component of the magnetic field at $(0, y_0, 0)$.
- (4) A magnetic body of permeability μ and volume v is located at $(0, y_0, 0)$. The magnetic body is sufficiently smaller than the solenoid coil. Find the y component of the magnetic moment induced in the magnetic body.

As shown in Fig. 3, there is a single-turn circular coil of radius C inside the solenoid coil shown in Fig. 2, and the center of the circular coil is at the origin O . The circular coil is rotating around the z -axis, in the direction shown in Fig. 3, with a constant angular velocity ω . The angle of rotation at time t is denoted by $\theta = \omega t$. The normal vector of the circular coil is in the $+y$ direction at time $t = 0$. In the following problems, the y component of the magnetic field at the origin O generated by the solenoid coil can be expressed as H_0 . The circular coil is sufficiently smaller than the solenoid coil. Assume that the magnetic field generated by the solenoid coil is uniform within the circular coil.

- (5) Find the mutual inductance between the solenoid and circular coils when the rotation angle of the circular coil is θ_0 .

In the following questions, assume that the inductance of the circular coil can be ignored, and the resistance of the circular coil is R .

- (6) Express the magnitude of the current flowing in the circular coil as a function of t .
- (7) Find the amount of Joule heat generated in the circular coil while the circular coil makes one rotation.

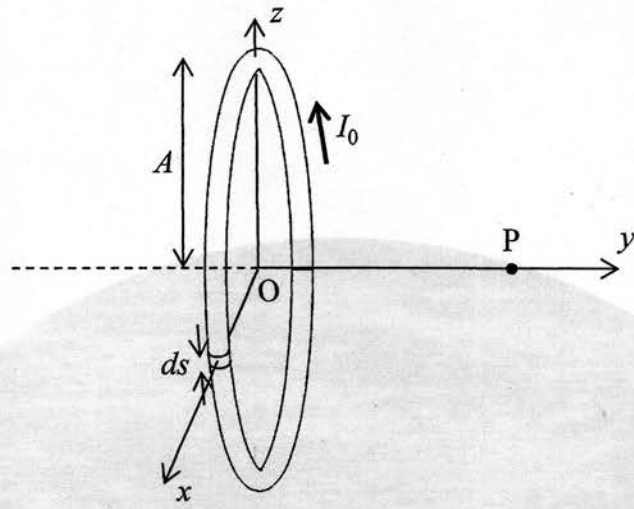


Fig. 1

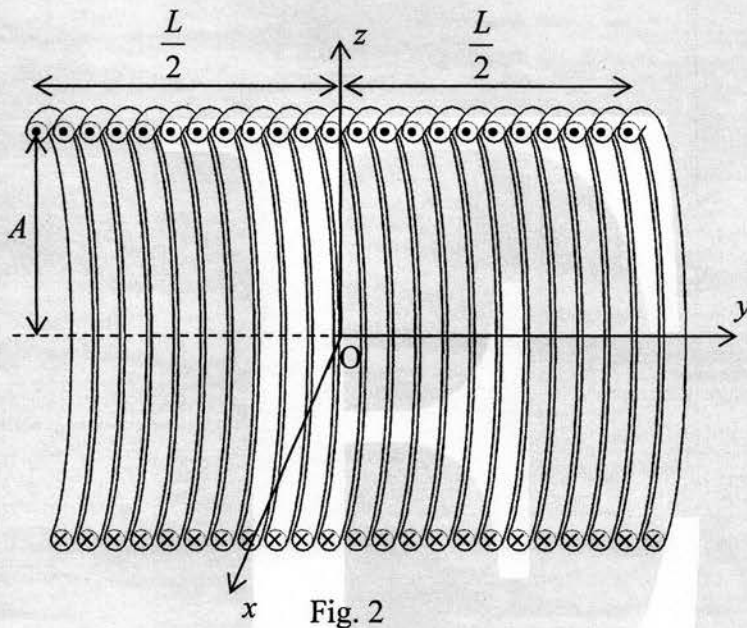


Fig. 2

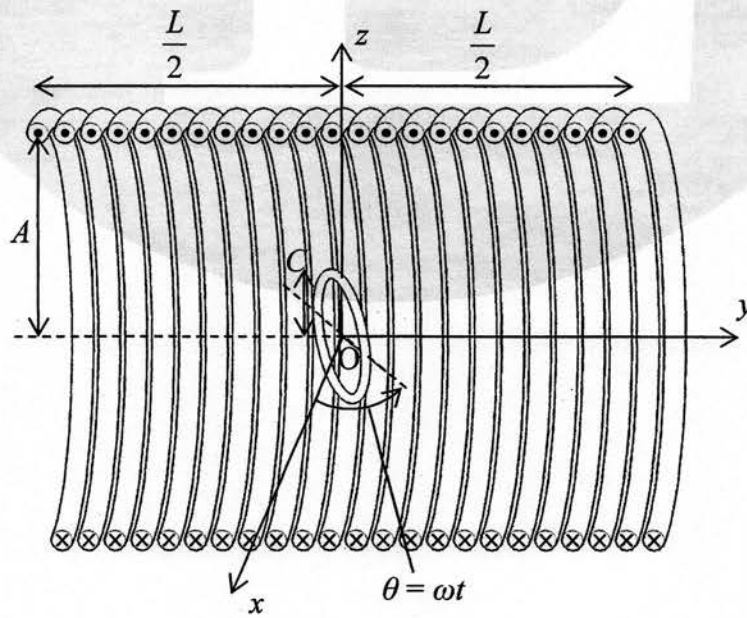


Fig. 3