

問題3

天気の情報に符号化することを考える。以下、情報符号化と誤り訂正符号に関する各問に答えよ。ただし、符号語は0と1で表される2元符号とする。平均符号語長は小数点以下2桁まで求めよ。

- (1) いま天気を表す記号が表1に示す符号で表されるものとする。各天気になる確率が等しく1/5である場合の平均符号語長を求めよ。また各記号に対する符号語長が表1の符号と同一である語頭符号の例を1つ挙げよ。語頭符号とは各符号語が他の符号語の接頭部になっていない符号である。

表1

記号	晴	曇	雨	雪	霧
符号	100	110	10	00	01

- (2) 表1に示す各天気となる確率をそれぞれ $p(\text{晴})=1/3$, $p(\text{曇})=1/4$, $p(\text{雨})=1/6$, $p(\text{雪})=1/8$, $p(\text{霧})=1/8$ とした場合に、それぞれの確率からハフマン符号を1つ求めよ。また求めた符号の平均符号語長を求めよ。
- (3) 表2に示す符号Bは、伝送路において雑音によって発生した誤りを検出するために符号Aから生成したものである。この誤り検出はどのような仕組みか説明せよ。またこの仕組みでは誤りを訂正できないことを説明せよ。

表2

記号	晴	曇	雨	雪	霧
符号A	000	001	011	010	100
符号B	0000	0011	0110	0101	1001

- (4) ハミング符号化によって誤り訂正が可能な符号を生成する。いまハミング符号のパリティ検査行列 H が式(i)で与えられるものとして生成行列を求めよ。またこの生成行列を用いて表2の符号Aから生成した符号を示し、1つの誤りが生じた場合の例を1つ挙げて検出、訂正の仕組みを説明せよ。

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (i)$$

- (5) 問(4)で生成した符号の誤り訂正能力について説明せよ。またハミング符号化を拡張することで誤り率をさらに改善させる符号化の手法を簡単に説明せよ。

Problem 3

Consider coding weather information. Answer the following questions about the information coding and the error correcting code. Suppose that a codeword is represented by a sequence of binary digits, 0 and 1. Answer the average code length to two decimal places.

- (1) Suppose that the symbols of the weather types are represented by the code shown in Table 1. Calculate the average code length when the probabilities of the weather types are all $1/5$. Also, give an example of a prefix code that has the same codeword length for each symbol as the code shown in Table 1. Here, a prefix code is a code in which there is no codeword that coincides with a prefix of any other codewords.

Table 1

Symbol	Sunny	Cloudy	Rain	Snow	Fog
Code	100	110	10	00	01

- (2) Give a Huffman code when the probabilities of the weather types shown in Table 1 are $p(\text{Sunny})=1/3$, $p(\text{Cloudy})=1/4$, $p(\text{Rain})=1/6$, $p(\text{Snow})=1/8$ and $p(\text{Fog})=1/8$. Also, calculate the average code length of the Huffman code.
- (3) The code B shown in Table 2 is generated from the code A in order to detect errors caused by noise in a channel. Explain the mechanism of this error detection method. Also, explain why this method cannot correct errors.

Table 2

Symbol	Sunny	Cloudy	Rain	Snow	Fog
Code A	000	001	011	010	100
Code B	0000	0011	0110	0101	1001

- (4) Suppose that the code for error correction is generated by Hamming coding. Give the generator matrix when the parity check matrix H of the Hamming code is given in Eq. (i). Also, show the code generated from the code A in Table 2 by using the generator matrix. In addition, explain the mechanism of the error detection and correction methods by giving an example of a situation when an error occurs.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (i)$$

- (5) Explain the error correcting capability of the code generated in Question (4). Also, briefly explain a method that extends Hamming coding to further improve the error rate.